

一种灵活高效的电磁散射宽角度扫描算法

薛博文, 顾思卓, 潘小敏, 盛新庆
(北京理工大学集成电路与电子学院, 北京 100081)

摘要: 基于骨架结构元(骨元)技术, 提出一种灵活高效的电磁散射宽角度扫描算法. 与已有骨元扫角算法不同, 本文提出的算法对扫描角度抽样没有任何限制. 算法将所有角度抽样对应的右端项向量空间用一组骨元向量来表达, 通过求解一个超定方程得到任意角度抽样对应的右端项向量. 对超定方程的求解进行了分析, 研究了超定方程的求解精度与开销问题. 讨论了超定方程引入对骨元扫角的影响. 通过超低散射目标和电大复杂目标的雷达散射截面数值仿真结果, 验证了所提算法的精确性和高效性.

关键词: 电磁散射; 角度扫描; 骨元化

中图分类号: O441.4; TN95

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2022)10-2329-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20210241

Wide Angular Sweeping of Electromagnetic Scattering Based on Skeletonization

XUE Bo-wen, GU Si-zhuo, PAN Xiao-min, SHENG Xin-qing
(School of Integrated Circuits and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Based on previously developed angular sweeping grounding on skeletonization, a flexible and efficient wide angular sweeping algorithm is proposed. Different from the previous skeletonization-based angular sweeping methods, the proposed one removes the limitation on how to select the incident samples. Taking the skeleton right-hand sides(RHSs) as the basis vectors which can uniquely and accurately represent the vector space of the whole RHS space, the RHS of an arbitrary incident can be obtained by solving an overdetermined system. The accuracy and the cost of solving the overdetermined system is analyzed. The impact of the overdetermined system on the angular sweeping is discussed. Numerical experiments are carried out to show the performance of the proposed method to solve the overdetermined system. Radar cross section(RCS) computations on ultra-low scattering targets and electrically large complex targets validate the performance of the proposed angular sweeping algorithm.

Key words: electromagnetic scattering; angular sweeping; skeletonization

1 引言

很多电磁应用^[1-11]需要获得目标电磁散射特性在很宽入射角度范围的变化, 对应的电磁仿真矩阵系统有多个右端项, 求解复杂度为 $O(N_{\text{inc}}C_1)$, 这里 N_{inc} 是矩阵系统中右端项个数或者说入射波角度抽样个数, C_1 为求解一个右端项的开销. 根据文献[12]讨论的远场抽样原则, 单一维度(θ 或 ϕ)上角度抽样个数与目标电大尺寸成正比^[13-15], 全空间角度抽样个数则与目标电尺寸的平方成正比. 显然, 当所需抽样的角度范围很大或目标电尺寸很大时, 所需抽样的角度就会非常多, 也

就是说 N_{inc} 会很大, 可能导致仿真低效^[16]. 除了尽量提高单个右端项的计算效率以缩小 C_1 外, 还可减少所需求解右端项的个数来提高宽角度扫描的效率^[16, 17]. 减少所需求解右端项个数的一种方法是构造某种插值模型, 从 N_{inc} 个右端项中选取少数需要逐个求解的右端项, 得到这些右端项的解后, 根据所构造的插值模型获取其他角度抽样上的解. 这类方法包括 MBPE(Model-Based Parameter Estimation)^[18]、AWE(Asymptotic Waveform Evaluation)^[19]、骨架结构元化(skeletonization)技术等. 一般来说, 基于 MBPE 和 AWE 方法缺少严格控制精度的方案. 与此不同, 基于骨架结构元(骨元)的扫角

技术精度可控. 减少所需求解右端项个数的另外一类方法是基于某种基函数展开由右端项组成的矩阵, 把基函数当作新的右端项, 获得其对应的解后恢复出原有右端项对应的解. 展开右端项矩阵的一种实现是采用傅里叶变换, 而 SVD (Singular Value Decomposition) 分解则是另一种可能的实现方式. 然而, 人们仅报道了这两种实现方式在电尺寸相对较小目标上的性能^[20]. 从当前研究看, 基于骨元的方法效率高、精度可控, 应用于电大目标宽角度扫描时也能保持较高的效率^[14, 21]. 然而该方法的一个问题是, 当 N_{inc} 个人射方向选定后只能恢复出这些选定入射方向对应的解, 无法以精度可控的方式获取其他入射方向上的散射. 为了解决这一问题, 本文提出一种灵活高效的骨元扫角算法.

2 骨元扫角算法的基本框架

骨元扫角算法可用于矩量法、有限元及其他算法, 这里以矩量法为例进行讨论. 一般, 多右端项的矩量法矩阵方程系统^[22]可写为

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{I}(\boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa}) \quad (1)$$

其中, \mathbf{Z} 是维度为 $N \times N$ 阻抗矩阵; $\mathbf{I}(\boldsymbol{\kappa})$ 为维度为 $N \times N_{\text{inc}}$ 的待求解矩阵; $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 代表维度为 $N \times N_{\text{inc}}$ 的右端项矩阵, 其中 N 为未知数个数, 如 RWG (Rao, Wilton, Glisson)^[23] 离散时 RWG 基函数的个数, N_{inc} 为空间采样角度的个数; $\boldsymbol{\kappa}$ 是用来描述入射激励的参数 (对于平面波, $\boldsymbol{\kappa}$ 为 θ 和 ϕ , 或者是它们的组合)^[24].

基于骨元的宽角度扫描算法分为如下步骤^[12].

(1) 首先, 对右端项矩阵 $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 进行低秩分解, 即

$$\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa}) \approx \mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa}) \cdot \mathbf{P}(\boldsymbol{\kappa}) \quad (2)$$

其中, N_{rank} 是 $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 矩阵的列秩, 矩阵 $\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 是维度为 $N \times N_{\text{rank}}$ 的骨元右端项矩阵, 矩阵 $\mathbf{P}(\boldsymbol{\kappa})$ 是维度为 $N_{\text{rank}} \times N_{\text{inc}}$ 的投影矩阵. $\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 是由右端项矩阵 $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 的 N_{rank} 个骨元列向量组成. 把 N_{rank} 个右端项对应的入射角度称为骨元入射角度, 对应的入射波称为骨元入射波, 一般将它们简称为入射骨元.

(2) 然后, 求解骨元解矩阵 $\mathbf{I}_s(\boldsymbol{\kappa})$, 即

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{I}_s(\boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa}) \quad (3)$$

其中, $\mathbf{I}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 是维度为 $N \times N_{\text{rank}}$ 的骨元解矩阵, 其中的 N_{rank} 个列向量对应骨元右端项矩阵的 N_{rank} 个人射骨元.

(3) 最后, 需要恢复完整的解矩阵 $\mathbf{I}(\boldsymbol{\kappa})$, 即

$$\mathbf{I}(\boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{I}_s(\boldsymbol{\kappa}) \cdot \mathbf{P}(\boldsymbol{\kappa}) \quad (4)$$

既可用直接法也可以采用迭代法求解式(3). 如果目标电尺寸比较大, 通常采用迭代法并使用一些快速算法加速单个右端项的求解. 简要地说, 算法通过对

$\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 低秩分解得到骨元右端项矩阵 $\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 和投影矩阵 $\mathbf{P}(\boldsymbol{\kappa})$, 利用迭代法求解出 $\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 对应的解矩阵 $\mathbf{I}_s(\boldsymbol{\kappa})$, 然后通过方程(4)得到完整的解矩阵 $\mathbf{I}(\boldsymbol{\kappa})$.

从本质看, 式(3)的低秩分解可看成寻找矩阵 $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 列秩的过程. 如果矩阵低秩, 则分解必然可行且精度可控, 若矩阵满秩, 分解后的矩阵为原矩阵. 同时, 式(3)和式(4)并未额外引入误差, 所以骨元扫角算法精度可控. 上述算法需要构造一个右端项矩阵, 其维度为 $N \times N_{\text{inc}}$. 以电尺寸为 D 的三维目标 RWG 离散为例, $N \propto D^2$, 而全空间扫角时 $N_{\text{inc}} \propto D^2$, 所以右端项矩阵 $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 所需内存与 D^4 成正比. 为了减小骨元化的开销, 文献[22, 25]提出了包括 MPI 并行在内的一系列算法来优化骨元扫角算法.

从式(4)可看出, 骨元扫角算法只能恢复出固定 N_{inc} 个角度抽样的散射特性, 而偏离这些入射波抽样角度的解及其散射特性无法通过式(4)精确地获取. 下面将讨论本文提出的可获取任意角度抽样的骨元扫角算法.

3 任意入射角度的骨元扫角算法

3.1 基本算法

由低秩分解可知, 方程(2)提取的 N_{rank} 个列向量可看成是矩阵 $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 所有列向量所在向量空间的一组基向量, 由这组基向量可构造出矩阵 $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 所在向量空间的任何向量. 换言之, 骨元右端项矩阵 $\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 的列向量可表征 $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 所表示的列向量空间, 其所能达到的精度就是低秩分解的精度. 基于上面的认识, 可利用 $\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 来构造任意入射角度对应的右端项向量 \mathbf{V}_b , 即

$$\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa}) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{V}_b \quad (5)$$

其中, \mathbf{C} 是维度为 $N_{\text{rank}} \times 1$ 的构造矩阵, 为待求解值, 具体求解方法将在 3.2 节讨论.

在求出 \mathbf{C} 后, 将方程(5)两端乘以 \mathbf{Z}^{-1} (这里的 \mathbf{Z}^{-1} 并不代表算法中需要 \mathbf{Z} 求逆, 仅仅是为了便于算法描述以及公式推导), 便可以得到

$$\mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa}) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{V}_b \quad (6)$$

结合方程(3)可得

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{V}_b = \mathbf{I}_s(\boldsymbol{\kappa}) \cdot \mathbf{C} \quad (7)$$

这样通过 $\mathbf{I}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 和 \mathbf{C} 便可得到 \mathbf{I}_b , 避免对方程 $\mathbf{V}_b = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I}_b$ 中列向量的逐个求解. 上面推导表明, 通过式(5)和式(7)可获取任意入射角度对应的散射特性. 算法精度取决于两个方面: 一是 $\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 是否能完整的表达 \mathbf{V}_b 所在的空间; 二是系数 \mathbf{C} 的精度. 根据文献[12]的讨论, 可认为用 $\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 表达 \mathbf{V}_b 精度可控. 因此, 本文骨元扫角算法的精度主要取决于超定方程(5)的求解精度, 将在 3.2 节进一步讨论.

3.2 超定方程的求解

从上面的讨论不难看出,与已有的骨元角度扫描算法相比,本文算法需要求解超定方程(5).这里利用最小二乘法^[26]来求解它.具体如下:

$$\left(\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})^T \cdot \mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})\right) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})^T \cdot \mathbf{V}_b(\boldsymbol{\kappa}) \quad (8)$$

由于 N_s 是远小于 N ,而式(8)中 $\left(\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})^T \cdot \mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})\right)$ 是一个 $N_s \times N_s$ 的满秩矩阵,且对所有待求 \mathbf{V}_b 该满阵只需构造一次,所以使用最小二乘法求解超定方程的开销很小.

精度的分析相对而言比较复杂.根据文献[27]的第3.2节,如果右端项 $\mathbf{V}_b(\boldsymbol{\kappa})$ 中各元素相互独立,那么假定 $\mathbf{V}_b(\boldsymbol{\kappa})$ 中存在高斯噪声误差 $(0, \sigma^2)$ 时,解向量的方差为 $\text{var}(\mathbf{C}) = \left(\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})^T \cdot \mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})\right)^{-1} \sigma^2$.本文中, $\mathbf{V}_b(\boldsymbol{\kappa})$ 中的各元素由定义在散射体剖分网格单元上的基函数和入射波决定,由于散射体剖分单元天然受目标体几何形状的约束而存在内在联系,因此 $\mathbf{V}_b(\boldsymbol{\kappa})$ 中的各元素相互独立的条件很难成立,文献[27]的理论推导对本文仅有参照意义.如果 $\mathbf{V}_s(\boldsymbol{\kappa})$ 存在噪声,很难给出置信度的闭合表达式.为此,本文在第4节中给出数值实验结果来说明本文算法精度和置信度.

4 数值算例

为了验证所提算法,这里给出一些金属目标的矩量法数值实验.所有数值实验都在配有128 GB内存的Linux志强服务器上进行.计算采用GMRES(Generalized Minimal Residual Method)迭代器求解单个骨元右端项获得骨元解矩阵.根据RCS(Radar Cross Section)计算的精度要求设置迭代收敛精度为 1.0×10^{-4} 或 1.0×10^{-5} .迭代求解的矩阵向量相乘采用文献[24]提出的ID-MLFMA快速算法加速.如果适用,所有寻找骨元的计算都采用文献[24]提出的加速算法加速,其相应的误差阈值为 1.0×10^{-4} 或 1.0×10^{-5} .

寻找骨元入射波过程对算法精度的影响已在文献[12]给出讨论,这里不复述.下面对超定方程的求解进行一些必要验证后展示算法对复杂电大目标的计算能力.

4.1 求解超定方程

这里的散射体是一个金属无人机模型,如图1所示,其最大尺寸为4.7波长(λ),采用三角形剖分,得到RWG个数为12420.使用9层ID-MLFMA,其中骨元层与多极子层的过渡层为第4层.入射平面波的 θ 固定为 90° , ϕ 在 $[0^\circ, 180^\circ]$ 范围内变化,抽样步长为 1° ,得到181个角度抽样.将对应的列向量组成的矩阵 $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 进行骨元分解得到27个角度骨元.计算中寻找骨元的误差阈

值为 1.0×10^{-4} ,求解骨元解矩阵时GMRES收敛精度为 1.0×10^{-4} .设定所感兴趣的角度范围为 $\theta=90^\circ$, ϕ 在 $[0.5^\circ, 179.5^\circ]$ 范围内变化.让抽样步长为 1° ,共有不与 $\mathbf{V}(\boldsymbol{\kappa})$ 中任何角度重合的180个角度.

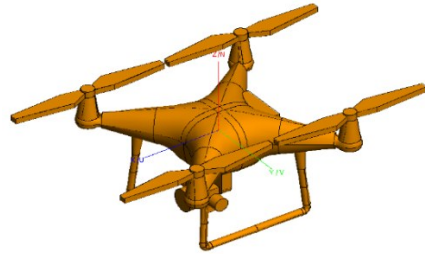


图1 无人机模型示意图

图2、图3和图4分别给出了超定方程求解的误差、远场计算误差以及RCS计算结果.超定方程计算误差由各个右端项误差组成,具体计算方式为

$$\varepsilon_v = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \left(|v_j| - |v_j^{\text{ref}}| \right)^2} \quad (9)$$

其中, v_j 和 v_j^{ref} 分别为采用式(5)恢复出的和右端项向量参照值的第 j 个元素; $|v_j^{\text{ref}}|_{\text{mean}}$ 为参考向量元素模的均值; N 为RWG个数.这里参考向量是矩量法的右端项.如图2所示,最小二乘法求解超定方程的方法能达到较高精度.

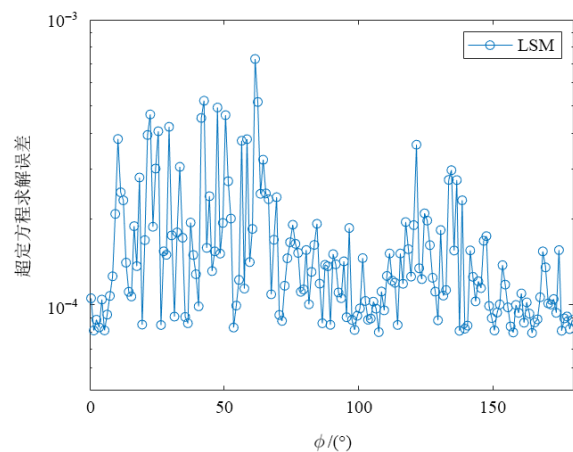


图2 通过求解超定方程得到线性组合系数后利用该系数恢复得到的右端项与原有右端项的误差

图3中远场误差的计算方式为

$$\varepsilon_{i, \text{fld}} = \frac{|\mathbf{E}_i| - |\mathbf{E}_i^{\text{ref}}|}{|\mathbf{E}^{\text{ref}}|_{\text{mean}}} \quad (i=0, 1, 2, \dots, 179) \quad (10)$$

其中, \mathbf{E}_i 和 $\mathbf{E}_i^{\text{ref}}$ 分别为第 i 个观察方向上远区电场的计算值和参考值; $|\cdot|$ 表示求电场模值操作; $|\mathbf{E}^{\text{ref}}|_{\text{mean}}$ 为所

有观察方向上电场模值的均值. 从图3可以看出, 求解远区电场的精度较好, 与图2给出的右端项精度基本一致. 图4还给出了使用蛮力求解方式逐点直接计算各个抽样角度 RCS 的结果, 结果显示, 本文方法得到的 RCS 与蛮力求解 RCS 吻合, 与图3的结论一致.

不难知道, 图2中给出的误差反映了求解超定方程的误差, 图3则不仅包含了求解超定方程的误差, 还包含了从骨元解向量恢复抽样解向量的误差. 因此, 后者的误差比前者更大一些, 符合预期.

为了给出本文方法的置信度, 表1给出了无人机模型计算精度与低秩分解精度对散射场精度的影响. 具体地, 将低秩分解阈值为 1.0×10^{-2} , 1.0×10^{-3} , 1.0×10^{-4} 时, 计算180个点远场值的平均误差. 误差的计算方式为

$$\varepsilon_{av, fld} = \frac{1}{N_{inc}} \sum_{i=0}^{N_{inc}-1} \varepsilon_{i, fld} \quad (N_{inc} = 180) \quad (11)$$

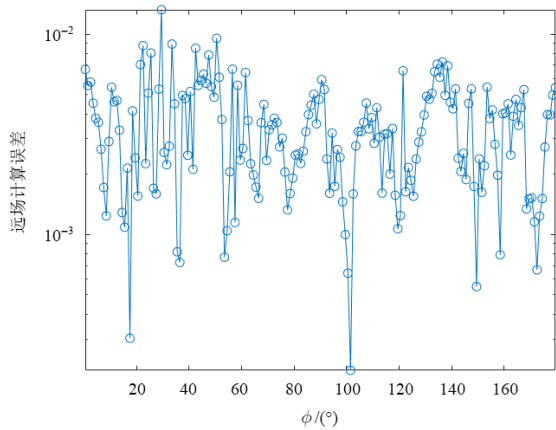


图3 远场计算的误差

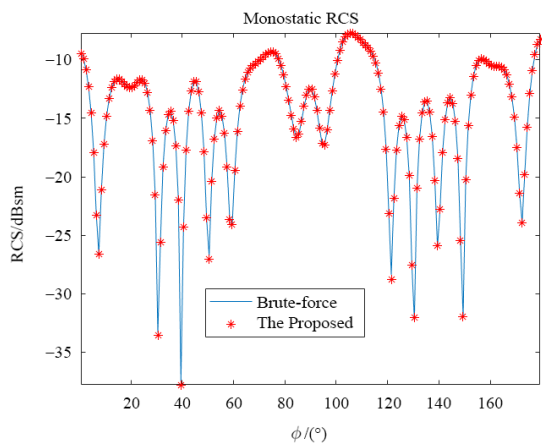


图4 RCS 计算的计算结果

可以看出, 相对低秩分解阈值, 远场误差变大约一个数量级. 总体而言, 本文算法置信度较高.

表2给出的求解超定方程所需计算资源显示, 求解超定方程的开销相当小, 与矩量法求解过程相比, 可忽

表1 低秩分解误差对远场计算的影响

低秩分解阈值	远场平均误差
1.0×10^{-2}	5.5×10^{-1}
1.0×10^{-3}	2.2×10^{-2}
1.0×10^{-4}	7.9×10^{-3}

表2 无人机模型计算时的计算资源

矩量法计算资源		
	进入迭代前计算资源	求解单个右端项(GMRES)
峰值内存/MB	229.4	10.4
时间/s	27.5	14.1
求解超定方程所需计算资源(最小二乘法)		
峰值内存/MB	2.7	
时间/s	阶段一	1.6×10^{-2}
	阶段二	3.3×10^{-4}

略. 更为重要的是, 求解超定方程的峰值内存不会超过矩量法及寻找骨元的峰值, 不会对算法造成负面影响.

从算例可看到, 本文提出的算法分两个阶段实现扫角计算: 第一阶段, 找出骨元并计算出 $V_s(\boldsymbol{\kappa})$; 第二阶段, 根据入射波角度, 求解超定方程得到相应的解向量. 第一阶段求解单个解向量的计算量和内存与蛮力求解的基本相当; 第二阶段, 由于超定方程(5)中 \mathbf{C} 矩阵规模一般很小, 与蛮力求解单个解向量相比, 本文算法在保证精度的条件下, 极大地降低了计算量和内存需求.

4.2 电大尺寸模型计算

为了进一步验证本文所提算法的性能, 这里分别给出一个天线阵列模型和将4.1节无人机模型放大的结果.

如图5所示, 天线阵列模型由 16×18 个贴片天线单元组成, 每个贴片天线元件在 x, y 和 z 轴方向尺寸约为 $0.5, 0.7$ 和 0.01λ , 阵列整体为 12.1λ , RWG 总数达到 202 057. 为简化计算, 模型不考虑天线阵列的电介质基底, 于是该模型为开放结构, 只能使用电场积分方程来求解. 选取 V 极化的入射波频率为 3.1 GHz, 角度范围为 $\theta = 90^\circ, \phi \in (0^\circ, 60^\circ)$, 角度采用步长 $\Delta\phi = 0.1^\circ$, 得到 601 个角度, 进行骨元化分解后得到 24 个角度骨元. 待求解的入射角范围为 $\theta = 90^\circ, \phi \in (0.05^\circ, 59.05^\circ)$, 角度间隔 $\Delta\phi = 0.1^\circ$, 共计 600 个角度抽样. 在选取的角度范围内, 模型 RCS 低至 -120 dBsm, 本次数值实验属于超低 RCS 仿真, 所以 GMRES 算法的收敛精度和骨元分解的阈值均设置为 1.0×10^{-5} .

无人机模型如图6所示, 但其尺寸增长为 104λ , RWG 总数则达到 1 155 561. 选取 V 极化的入射波范围为 $\theta = 90^\circ, \phi \in (0^\circ, 60^\circ)$, 角度间隔 $\Delta\phi = 0.1^\circ$, 得到 601 个角度抽样, 进行骨元化分解后有 110 个角度骨元. 待求

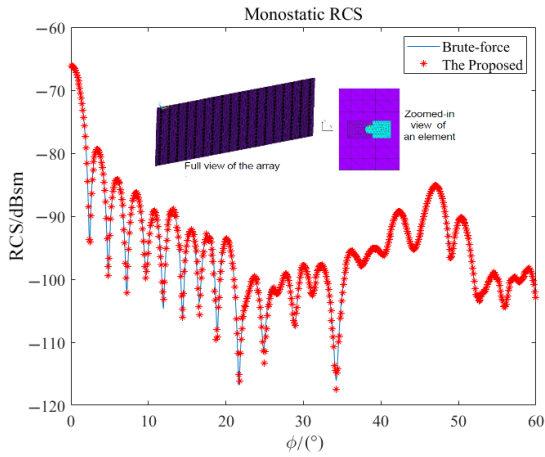


图5 贴片天线阵列模型单站 VV 极化 RCS 结果

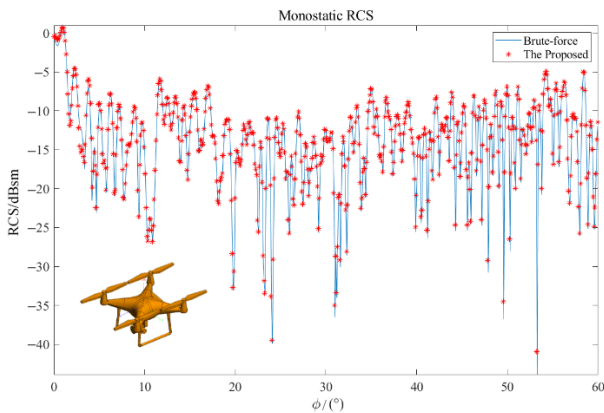


图6 无人机模型单站 VV 极化 RCS 结果

入射角范围为 $\theta=90^\circ, \phi \in (0.05^\circ, 59.95^\circ)$, 角度间隔 $\Delta\phi=0.1^\circ$, 共计 600 个角度抽样. GMRES 算法的收敛精度和骨元分解过程的精度均设置为 1.0×10^{-4} .

图 5 和图 6 显示, 两个模型 RCS 的计算结果与蛮力结果吻合得很好. 天线阵列模型远场相对均方根误差为 3.1×10^{-3} , 无人机模型为 8.7×10^{-3} . 这两个算例说明了超定方程的引入并没有带来不可接受的精度损失. 表 3 和表 4 给出了计算使用的资源. 表中数据显示, 求解超定方程所需资源与整体求解过程相比, 可忽略.

表3 天线阵列模型计算时的计算资源

矩量法计算资源		
	进入迭代前计算资源	求解单个右端项(GMRES)
峰值内存/MB	4 300.84	169.6
时间/s	5 310.7	8.4
求解超定方程所需计算资源(最小二乘法)		
峰值内存/MB	4.7	
时间/s	阶段一	2.7×10^{-2}
	阶段二	1.3×10^{-4}

表4 无人机模型计算时的计算资源

矩量法计算资源		
	进入迭代前计算资源	求解单个右端项(GMRES)
峰值内存/MB	21 811.2	1 128.5
时间/s	13 334.9	1 448.5
求解超定方程所需计算资源(最小二乘法)		
峰值内存/MB	3 558.3	
时间/s	阶段一	4.5
	阶段二	1.4×10^{-1}

5 结论

本文基于骨元技术提出一种灵活的扫角算法. 通过最小二乘法求解超定方程来获取任意角度抽样对应右端项. 数值算例表明, 超定方程的引入和求解不会对已有的骨元算法框架带来不利影响. 对超低 RCS 目标以及电大目标的仿真实验表明, 提出的算法可精确、高效地完成角度扫描. 本文算法既可用于复杂目标电磁散射特性研究的精确分析与预测, 也可为新体制雷达的理论研究和工程开发提供有力支撑.

参考文献

[1] 位寅生, 张国成, 朱永鹏, 等. 天发舰收高频雷达一阶海杂波电磁散射特性分析[J]. 电子学报, 2019, 47(3): 513-520.
WEI Y S, ZHANG G C, ZHU Y P, et al. Characteristic analysis on the electromagnetic scattering of first-order sea clutter for shipborne high frequency sky-surface wave radar [J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(3): 513-520. (in Chinese)

[2] 文贡坚, 朱国强, 殷红成, 等. 基于三维电磁散射参数化模型的 SAR 目标识别方法[J]. 雷达学报, 2017, 6(2): 115-135.
WEN G J, ZHU G Q, YIN H C, et al. SAR ATR based on 3D parametric electromagnetic scattering model[J]. Journal of Radars, 2017, 6(2): 115-135. (in Chinese)

[3] 何姿, 陈如山. 三维随机粗糙海面与舰船的复合电磁特性的高频方法分析研究[J]. 雷达学报, 2019, 8(3): 318-325.
HE Z, CHEN R S. Study on efficient high frequency method of electromagnetic scattering from ships above sea surface[J]. Journal of Radars, 2019, 8(3): 318-325. (in Chinese)

[4] 吴鹏飞, 许小剑. 地面平面场 RCS 测量异地定标误差分析[J]. 雷达学报, 2012, 1(1): 58-62.
WU P F, XU X J. Error analysis of relative calibration for RCS measurement on ground plane range[J]. Journal of Radars, 2012, 1(1): 58-62. (in Chinese)

- [5] 杨谦, 魏兵, 李林茜, 等. DGTD用于RCS计算的初步研究[J]. 雷达学报, 2015, 4(3): 361-366.
YANG Q, WEI B, LI L Q, et al. Preliminary research on RCS using DGTD[J]. Journal of Radars, 2015, 4(3): 361-366. (in Chinese)
- [6] 邢孟道, 林浩, 陈溅来, 等. 多平台合成孔径雷达成像算法综述[J]. 雷达学报, 2019, 8(6): 732-757.
XING M D, LIN H, CHEN J L, et al. A review of imaging algorithms in multi-platform-borne synthetic aperture radar [J]. Journal of Radars, 2019, 8(6): 732-757. (in Chinese)
- [7] 丁赤飏, 仇晓兰, 徐丰, 等. 合成孔径雷达三维成像: 从层析、阵列到微波视觉[J]. 雷达学报, 2019, 8(6): 693-709.
DING C B, QIU X L, XU F, et al. Synthetic aperture radar three-dimensional imaging: From TomoSAR and array InSAR to microwave vision[J]. Journal of Radars, 2019, 8(6): 693-709. (in Chinese)
- [8] DELGADO C, CATEDRA F. Fast monostatic RCS computation using the near-field sparse approximate inverse and the multilevel fast multipole algorithm[J]. The Applied Computational Electromagnetics Society Journal, 2020, 35(7): 735-741.
- [9] LIU W Q, HE M. Accelerating solution of volume-surface integral equations with multiple right-hand sides by improved skeletonization techniques[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2019, 18(10): 2006-2010.
- [10] LI M M, HU Y M, CHEN R S, et al. Electromagnetic modeling of moving mixed conductive and dielectric BoRs with an effective domain decomposition method[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2020, 68(12): 7978-7985.
- [11] ZHANG H L, SHA Y X, GUO X Y, et al. Efficient analysis of scattering by multiple moving objects using a tailored MLFMA[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2019, 67(3): 2023-2027.
- [12] PAN X M, SHENG X Q. Accurate and efficient evaluation of spatial electromagnetic responses of large scale targets[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2014, 62(9): 4746-4753.
- [13] 徐延林, 李振, 黄贤俊. 曲面共形阵列结构快速数值分析方法[J]. 电波科学学报, 2020, 35(4): 515-522.
XU Y L, LI Z, HUANG X J. Efficient numerical analysis of curved conformal array[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2020, 35(4): 515-522. (in Chinese)
- [14] 甘泳机, 尹成友, 范启蒙, 等. 电大目标的对比度源逆散射成像方法研究[J]. 微波学报, 2020, 36(4): 25-32.
GAN Y J, YIN C Y, FAN Q M, et al. Research on the method of contrast source inverse scattering imaging for electrically large objects[J]. Journal of Microwaves, 2020, 36(4): 25-32. (in Chinese)
- [15] 潘小敏, 盛新庆. 一种高性能并行多层快速多极子算法[J]. 电子学报, 2010, 38(3): 580-584.
PAN X M, SHENG X Q. A high-performance parallel MLFMA[J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(3): 580-584. (in Chinese)
- [16] 胡金花, 陈明生, 孔勳, 等. 压缩感知结合FMM分析目标宽角度电磁散射问题[J]. 微波学报, 2017, 33(5): 30-34.
HU J H, CHEN M S, KONG M, et al. Hybrid method of compressed sensing and FMM for solving target electromagnetic scattering problems over a wide angle[J]. Journal of Microwaves, 2017, 33(5): 30-34. (in Chinese)
- [17] 刘燕楠, 潘小敏, 盛新庆. 一种矩量法精度分析验证方法研究[J]. 北京理工大学学报, 2016, 36(7): 723-726.
LIU Y N, PAN X M, SHENG X Q. A new method for accuracy analysis in method of moments[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2016, 36(7): 723-726. (in Chinese)
- [18] WERNER D H, ALLARD R J. The simultaneous interpolation of antenna radiation patterns in both the spatial and frequency domains using model-based parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2000, 48(3): 383-392.
- [19] ERDEMLI Y E, GONG J, REDDY C J, et al. Fast RCS pattern fill using AWE technique[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1998, 46(11): 1752-1753.
- [20] HALKO N, MARTINSSON P G, TROPP J A. Finding structure with randomness: Probabilistic algorithms for constructing approximate matrix decompositions[J]. SIAM Review, 2011, 53(2): 217-288.
- [21] 徐自强, 李安琪, 范启蒙, 等. 基于线性抽样方法的定量逆散射成像方法研究[J]. 微波学报, 2018, 34(4): 22-28, 64.
XU Z Q, LI A Q, FAN Q M, et al. Research on quantitative inverse scattering imaging based on linear sampling method[J]. Journal of Microwaves, 2018, 34(4): 22-28, 64. (in Chinese)
- [22] HUANG S L, XU H, PAN X M, et al. Fast solution of linear systems with many right hand sides using MPI parallel interpolative decomposition[C]//2016 11th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory (ISAPE). Guilin: IEEE, 2016: 523-526.
- [23] RAO S, WILTON D, GLISSON A. Electromagnetic scat-

tering by surfaces of arbitrary shape[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1982, 30(3): 409-418.

- [24] PAN X M, SHENG X Q. Fast solution of linear systems with many right-hand sides based on skeletonization[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2016, 15: 301-304.
- [25] HUANG S L, PAN X M, SHENG X Q. Fast wide angular sweeping of scattering from large scale target with cavity [C]//2018 IEEE International Conference on Computational Electromagnetics. Chengdu: IEEE, 2018: 1-3.
- [26] MADSEN K. An algorithm for minimax solution of over-determined systems of non-linear equations[J]. IMA Journal of Applied Mathematics, 1975, 16(3): 321-328.
- [27] HASTIE T, TIBSHIRANI R, FRIEDMAN J H. The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction[M]. 2nd ed. New York: Springer, 2009.

作者简介



薛博文 男,1998年1月出生,内蒙古包头人。2020年9月进入北京理工大学集成电路与电子学院攻读硕士学位。研究方向为电磁计算方法。

E-mail: 3120200718@bit.edu.cn



顾思卓 男,1997年3月出生,河北石家庄人。2019年进入北京理工大学电子科学与技术专业攻读硕士学位。研究方向为计算电磁学及微波技术。

E-mail: 3120190665@bit.edu.cn



潘小敏(通讯作者) 男,1978年7月出生,湖北孝感人。北京理工大学教授,博士生导师,中国电子学会高级会员。研究方向为机器学习和电磁计算方法及其在多物理场、集成电路设计和电磁成像等领域的应用。

E-mail: xmpan@bit.edu.cn

盛新庆 男,1968年8月出生,安徽黄山人。北京理工大学教授,博士生导师,2001年度中国科学院“百人计划”入选者,2004年度教育部长江学者特聘教授。研究方向为计算电磁学、目标电磁特性、微波成像、遥感、电磁兼容、天线理论及设计。

E-mail: xsheng@bit.edu.cn